

関数の増加・減少(1)

講師
渡部 儀隆

～ 関数の値の変化と導関数 ～

学習のポイント

- ① 微分係数と2次関数の増加・減少
- ② $f'(x)$ の符号と2次関数の増加・減少
- ③ 関数 $f(x)$ の増加・減少を調べるには？

導関数を利用して、関数の増加・減少の
ようすを調べよう。

1 微分係数と2次関数の増加・減少

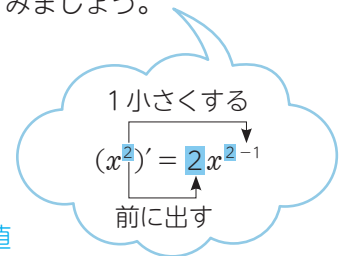
関数 $f(x) = x^2$ の導関数を利用して、 $f(x)$ の増加・減少のようすを考えてみましょう。

関数 $f(x) = x^2$ の導関数 $f'(x) = 2x$ の値、つまり微分係数は、
曲線 $y = x^2$ 上の各点における接線の傾きを表しています。

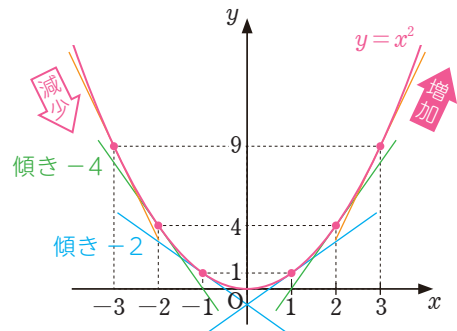
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f'(x)$	-6	-4	-2	0	2	4	6
$f(x)$	9	4	1	0	1	4	9

← 負の値
→ 正の値

→ 減少
→ 増加



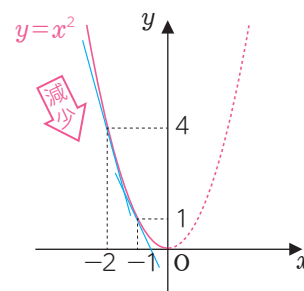
x の値が 1, 2, 3 と変化すると、 $f'(x)$ の値、
つまり微分係数は、2, 4, 6 と正の値をとって変化します。
このとき、関数 $f(x)$ は 1, 4, 9 と増加しています。
 x の値が -3, -2, -1 と変化すると、
 $f'(x)$ の値、つまり微分係数は、
-6, -4, -2 と負の値をとって変化します。
このとき、関数 $f(x)$ の値は 9, 4, 1 と減少しています。



2 $f'(x)$ の符号と2次関数の増加・減少

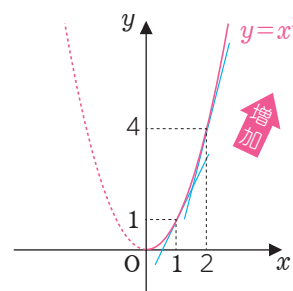
$x < 0$ のとき

$f'(x) < 0$ で、接線の傾きは負であるから、グラフは右下がりとなり、 $f(x)$ の値は減少します。



$x > 0$ のとき

$f'(x) > 0$ で、接線の傾きは正であるから、グラフは右上がりとなり、 $f(x)$ の値は増加します。



3 関数 $f(x)$ の増加・減少を調べるには？

一般に、関数 $f(x)$ の増減は、 $f'(x)$ の値の符号、つまり微分係数の符号から判断できます。このことは、2次関数だけでなく、3次関数や次数が3次以上の関数、例えば4次関数や5次関数などの高次関数においても成り立ちます。

増加と減少

$f'(x) > 0$ となる x の範囲で、 $f(x)$ は増加する。

$f'(x) < 0$ となる x の範囲で、 $f(x)$ は減少する。

