

## 対数の性質 (2)

### ～ 対数の差の計算と累乗の指数の処理 ～

講師  
 矢作 裕滋

対数の残りの性質として、対数の差（ひき算）の計算方法から学習します。

学習のポイント

- ①  $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$
- ②  $\log_a M^k = k \log_a M$
- ③ 対数の差は真数の商の対数・累乗の指数の処理

対数の性質

正の数  $M$ ,  $N$  と実数  $k$  に対して、 $a$  を 1 以外の正の数とするとき

$$\log_a 1 = 0, \quad \log_a a = 1$$

$$(1) \log_a (M \times N) = \log_a M + \log_a N$$

$$(2) \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$(3) \log_a M^k = k \log_a M$$

公式の覚え方

$$\log_a 1 = 0$$

→ 真数が 1 の対数の値は 0

$$\log_a a = 1$$

→ 同じ数の場合、対数の値は 1

$$(1) (\text{積の log}) = (\text{log の和})$$

$$(2) (\text{商の log}) = (\text{log の差})$$

$$(3) (k \text{ 乗の log}) = (\text{log の } k \text{ 倍})$$

### 1 $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

**証明**  $\log_a M = p, \log_a N = q$  とおくと、

$$a^p = M, \quad a^q = N$$

$$\text{よって, } \frac{M}{N} = a^{p-q} \quad \leftarrow a^p \div a^q = a^{p-q}$$

$$\text{ゆえに, } \log_a \frac{M}{N} = p - q$$

$$= \log_a M - \log_a N$$

例  $\log_5 14 - \log_5 2$  を計算しなさい。

解答  $\log_5 14 - \log_5 2 = \log_5 \frac{14}{2} \quad \leftarrow \log_a M - \log_a N = \log_a \frac{M}{N}$   
 $= \log_5 7$

問1 次の□にあてはまる数を入れなさい。

(1)  $\log_{10} 18 - \log_{10} 3 = \log_{10} \square$

(2)  $\log_2 9 - \log_2 3 = \log_2 \square$

## 2 $\log_a M^k = k \log_a M$

証明  $\log_a M = p$  とおくと、

$$a^p = M$$

この両辺を  $k$  乗すると、 $a^{pk} = M^k$

ゆえに、 $\log_a M^k = pk = k \log_a M$

問2 対数の性質を用いて、対数の計算をしてみよう。

(1)  $\log_3 16$       (2)  $\log_3 27$

問3 次の□にあてはまる数を入れなさい。

(1)  $\log_4 9 = \square \log_4 3$

(2)  $\log_6 36 = \square$

## 3 対数の差は真数の商の対数・累乗の指数の処理

例 次の計算をしなさい。

(1)  $\log_6 3 + \log_6 12$       (2)  $\log_3 \sqrt{6} - \log_3 \sqrt{2}$

解答 (1)  $\log_6 3 + \log_6 12 = \log_6 (3 \times 12)$       (2)  $\log_3 \sqrt{6} - \log_3 \sqrt{2} = \log_3 \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$   
 $= \log_6 36$        $= \log_3 \sqrt{3}$   
 $= \log_6 6^2$        $= \log_3 3^{\frac{1}{2}}$   
 $= 2 \log_6 6$        $= \frac{1}{2} \log_3 3$   
 $= 2 \times 1$        $= \frac{1}{2} \times 1$   
 $= 2$        $= \frac{1}{2}$

問4 次の計算をしなさい。

(1)  $\log_4 2 + \log_4 32$       (2)  $\log_6 \frac{9}{2} + \log_6 8$

