

三角関数の相互関係 (1)

講師
 矢作 裕滋

～ 三角関数の相互関係 ～

一般角 θ の $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$ の間に成り立つ相互関係とは何かについて学びます。それぞれの値の間にもどのような関係があるのかについて調べてみましょう。

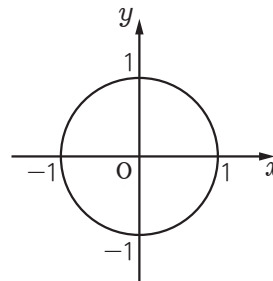
学習のポイント

- ① 単位円とは何か
- ② 単位円と動径による三角関数の定義
- ③ 三角関数の相互関係

1 単位円とは何か

原点を中心とする半径1の円を単位円という。

単位円の方程式 $x^2 + y^2 = 1$



2 単位円と動径による三角関数の定義

角 θ の動径と単位円との交点を $P(x, y)$ とすると、

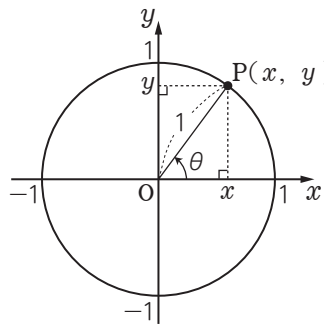
$OP = r = 1$ より、

$$\sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{y}{1} = y$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{x}{1} = x$$

となる。

よって、 $x = \cos \theta$, $y = \sin \theta$



3 三角関数の相互関係

$$\tan \theta = \frac{y}{x} \text{ より,}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

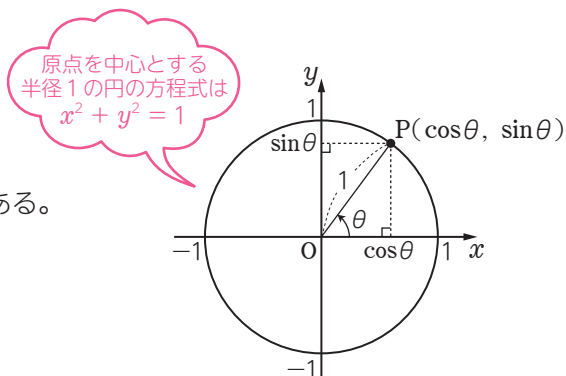
また、点 P の座標 (x, y) は、 $(\cos \theta, \sin \theta)$ である。

さらに、点 P が単位円の周上にあることから

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$(\cos \theta)^2 + (\sin \theta)^2 = 1$$

よって、 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$



このように、

一般角の三角関数についても、数学Ⅰで学んだ三角比と同様に、次の公式が成り立ちます。

三角関数の相互関係

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

例 θ が第3象限の角で、 $\cos \theta = -\frac{3}{5}$ のとき、 $\sin \theta$ 、 $\tan \theta$ の値を求めなさい。

解答 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ より

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

$$= 1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2$$

$$= \frac{16}{25}$$

θ が第3象限の角であるから、 $\sin \theta < 0$

したがって、

$$\sin \theta = -\sqrt{\frac{16}{25}} = -\frac{4}{5}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$= \left(-\frac{4}{5}\right) \div \left(-\frac{3}{5}\right)$$

$$= \left(-\frac{4}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{3}\right)$$

$$= \frac{4}{3}$$

