第20回　第2章　図形と方程式「座標と直線の方程式」

平面上の点の座標 (2)
～ 三角形の形状・平面上の内分点 ～

講師
水谷 信也

前回までに，数直線上の内分点の座標について学びました。今回は，平面上の内分点の座標について考えてみましょう。

学習のポイント
① 三角形の形状
② 平面上の内分点の座標
③ 内分点の座標の求め方

1 三角形の形状

例　点 A(1, 1)，B(3, 5)，C(−1, 2) を頂点とする三角形が直角三角形であることを示しなさい。

解答

$AC = \sqrt{(1+1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{5}$

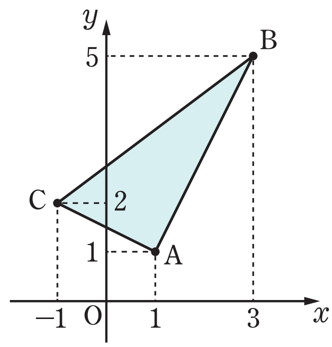
$AB = \sqrt{(3-1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{20}$

$BC = \sqrt{(3+1)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{25}$

であるから，

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

よって，△ABC は∠A を直角とする直角三角形です。



2 平面上の内分点の座標

2 点 A(x_1, y_1)，B(x_2, y_2) を結ぶ線分を 3：2 に内分する点 P の座標を求めてみよう。
点 A, P, B から x 軸に垂線 AA′, PP′, BB′ を引くと，P′ は A′B′ を 3:2 に内分する点であるから，
数直線上の内分点の公式により，

$$x = \frac{2x_1 + 3x_2}{3+2} = \frac{2x_1 + 3x_2}{5}$$

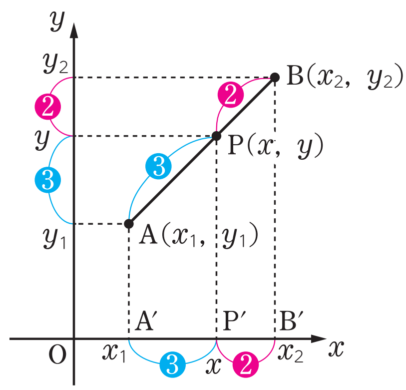
同様に，点 A，P，B から y 軸に垂線を引いて考えることにより，

$$y = \frac{2y_1 + 3y_2}{3+2} = \frac{2y_1 + 3y_2}{5}$$

よって，点 P の座標は，

$$\left(\frac{2x_1 + 3x_2}{5},\ \frac{2y_1 + 3y_2}{5}\right)$$

となります。



内分点の座標

2点 A(x_1，y_1)，B(x_2，y_2)を結ぶ線分 AB を $m : n$ に内分する点の座標は，

$$\left(\frac{nx_1+mx_2}{m+n},\ \frac{ny_1+my_2}{m+n}\right)$$

とくに，中点の座標は，

$$\left(\frac{x_1+x_2}{2},\ \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

3 内分点の座標の求め方

例　2点 A(−2，−1)，B(2，7)を結ぶ線分 AB を 3：1 に内分する点P の座標 (x，y) は，

$$x=\frac{1\times(-2)+3\times2}{3+1}=\frac{4}{4}=1$$

$$y=\frac{1\times(-1)+3\times7}{3+1}=\frac{20}{4}=5$$

よって，P(1，5)

また，中点 M の座標は，

$$\left(\frac{(-2)+2}{2},\ \frac{(-1)+7}{2}\right)$$

より，M(0，3)