第75回　第5章　微分と積分「導関数の応用」

# 関数の極大・極小(1)
## ～ 極値 ～

講師
渡部 儀隆

関数の値が増加から減少，または，減少から増加に変わる点について学ぼう。

学習のポイント
① 3次関数の増減表
② 関数の極大・極小
③ 極大値・極小値

## 1 3次関数の増減表

第74回の学習のポイント③より，
関数 $f(x)=x^3-3x$ の増減表は次のようにしてつくりました。

まず，導関数を求めます。

$f'(x)=3x^2-3$

次に，$f'(x)=0$ を解きます。

$3x^2-3=0$ を3でくくり　$3(x^2-1)=0$

因数分解をして　$3(x+1)(x-1)=0$

よって，$x=\pm 1$

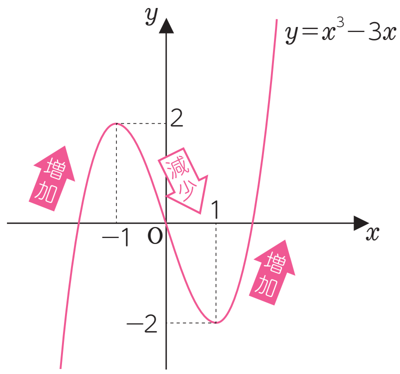
この $x$ の値，$-1$ と $1$ に注目して増減表をつくります。

| $x$ | $\cdots$ | $-1$ | $\cdots$ | $1$ | $\cdots$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| $f(x)$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-2$ | ↗ |

$f(-1)=2$　　$f(1)=-2$

$f'(-2)=9$ より「$+$」　　$f'(2)=9$ より「$+$」

$f'(0)=-3$ より「$-$」




## 2 関数の極大・極小

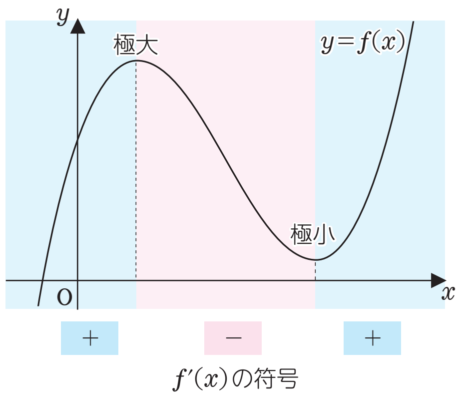
上記の増減表から，
関数 $f(x)$ は，$x=-1$ を境にして増加から減少に変わります。
このとき，
$f(x)$ は $x=-1$ において極大（きょくだい）になるといい，$f(-1)=2$ を極大値（きょくだいち）といいます。
また，関数 $f(x)$ は，$x=1$ を境にして減少から増加に変わります。
このとき，
$f(x)$ は $x=1$ において極小（きょくしょう）になるといい，$f(1)=-2$ を極小値（きょくしょうち）といいます。
さらに，極大値と極小値を合わせて，極値（きょくち）といいます。

## 3 極大値・極小値

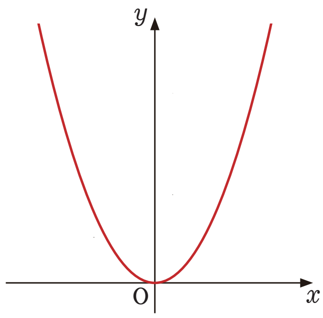
関数 $f(x)$ が $x = a$ で極値をとるとき，$x = a$ を境にして $f(x)$ の増減が入れ変わり，
$f'(x)$ の符号が変わるから $f'(a) = 0$ となります。
したがって，極値を求めるには，まず $f'(x) = 0$ となる $x$ の値を求め，
さらにその値の前後における $f'(x)$ の符号を調べましょう。

**極大値・極小値**

$f'(a) = 0$ となる $x = a$ を境にして
　$f'(x)$ が正から負に変われば，$f(a)$ は極大値
　$f'(x)$ が負から正に変われば，$f(a)$ は極小値

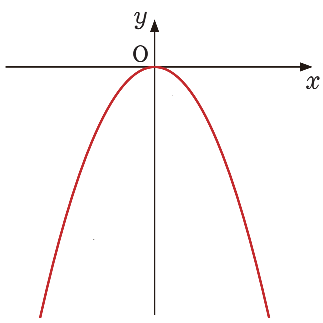



例　関数 $f(x) = x^2$ の極値を求めてみよう。




$f(x) = x^2$ から $f'(x) = 2x$
$x < 0$ で導関数 $f'(x)$ の符号は負
$x > 0$ で導関数 $f'(x)$ の符号は正
$x = 0$ で負から正に変わります。
よって，$f(x) = x^2$ は $x = 0$ のとき極小となり，極小値は 0

例　関数 $f(x) = -x^2$ の極値を求めてみよう。




$f(x) = -x^2$ から $f'(x) = -2x$
$x < 0$ で導関数 $f'(x)$ の符号は正
$x > 0$ で導関数 $f'(x)$ の符号は負
$x = 0$ で正から負に変わります。
よって，$f(x) = -x^2$ は $x = 0$ のとき極大となり，極大値は 0