# 導関数(2)

## ～ $x^n$の導関数と公式 ～

講師
水谷 信也

導関数を簡単に求める方法について学ぼう。

**学習のポイント**

① $x^n$ の導関数
② 関数 $f(x)=c$ の導関数
③ 導関数の公式

## 1　$x^n$ の導関数

関数$y=f(x)$の導関数を表すには，$f'(x)$のほかに

$y'$，$\{f(x)\}'$

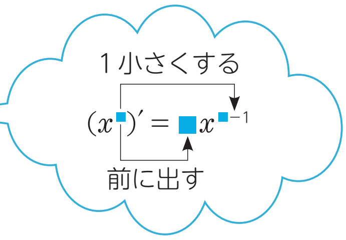
などの記号も用いられます。

関数$y=x^2$の導関数は，
$y'=2x$，$(x^2)'=2x$
などと表す。

すでに学んだように，$(x)'=1$，$(x^2)'=2x$，$(x^3)'=3x^2$ です。

一般に次の公式が成り立ちます。

**$x^n$の導関数**　$n$が正の整数のとき　$(x^n)'=nx^{n-1}$




## 2　関数 $f(x)=c$ の導関数

関数$f(x)=2$を微分してみましょう。

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{2-2}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{0}{h}=\lim_{h\to 0}0=0$$

同様にして，$c$を定数とするとき，関数$f(x)=c$の導関数は次のようになります。

**関数 $f(x)=c$ の導関数**　$f'(x)=(c)'=0$

## 3 導関数の公式

例　関数 $f(x)=4x^2$ を微分してみましょう。

$f(x+h)-f(x)=4(x+h)^2-4x^2=4h(2x+h)$

$$\begin{aligned}&4(x+h)^2-4x^2\\&=4x^2+8xh+4h^2-4x^2\\&=8xh+4h^2\\&=4h(2x+h)\end{aligned}$$

よって

$$\begin{aligned}f'(x)&=\lim_{h\to0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}\\&=\lim_{h\to0}\frac{4h(2x+h)}{h}\\&=\lim_{h\to0}4(2x+h)\\&=4\times2x\\&=8x\end{aligned}$$

$(x^2)'=2x$ であるから，上の例より，次の式が成り立ちます。

$(4x^2)'=4(x^2)'$

$(\boxed{4}x^2)'=\boxed{4}(x^2)'$

定数を前に出す

例　関数 $f(x)=x^2+x$ を微分してみよう。

$$\begin{aligned}f(x+h)-f(x)&=\{(x+h)^2+(x+h)\}-(x^2+x)\\&=h(2x+h+1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\{(x+h)^2+(x+h)\}-(x^2+x)\\&=x^2+2xh+h^2+x+h-x^2-x\\&=2xh+h^2+h\\&=h(2x+h+1)\end{aligned}$$

よって

$$\begin{aligned}f'(x)&=\lim_{h\to0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}\\&=\lim_{h\to0}\frac{h(2x+h+1)}{h}\\&=\lim_{h\to0}(2x+h+1)\\&=2x+1\end{aligned}$$

$(x^2)'=2x$，$(x)'=1$ であるから，上の例より，次の式が成り立ちます。

$(x^2+x)'=(x^2)'+(x)'$

これらのことから，一般に次のことが成り立ちます。

$(\boxed{x^2}+\boxed{x})'=(\boxed{x^2})'+(\boxed{x})'$

**導関数の公式**

$\{kf(x)\}'=kf'(x)$　　($k$ は定数)

$\{f(x)+g(x)\}'=f'(x)+g'(x)$

$\{f(x)-g(x)\}'=f'(x)-g'(x)$