第59回　第4章　指数関数と対数関数「対数関数」

対数の性質(1)
～ 対数の和の計算～

講師
矢作 裕滋

対数に関するいろいろな性質を学びます。さらに，その性質を利用して対数の計算を学びます。

学習のポイント

① $\log_a 1=0$, $\log_a a=1$
② $\log_a(M\times N)=\log_a M+\log_a N$
③ 対数の和は真数の積の対数

1 $\log_a 1=0$, $\log_a a=1$

指数と対数についての関係は，次のようになりました。

$$a^p=M \iff \log_a M=p$$

これより，特別な対数の値について調べておきましょう。

$$a^0=1 \iff \log_a 1=0$$
$$a^1=a \iff \log_a a=1$$

という性質があります。

$$\boxed{\log_a 1=0,\quad \log_a a=1}$$

2 $\log_a(M\times N)=\log_a M+\log_a N$

一般に，正の数 M，N と実数 k に対して，次の公式が成り立ちます。

対数の性質

a を1以外の正の数とするとき

（1）$\log_a(M\times N)=\log_a M+\log_a N$

（2）$\log_a\dfrac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$

（3）$\log_a M^k=k\log_a M$

（1）$\log_a(M\times N)=\log_a M+\log_a N$

証明　$\log_a M=p$，$\log_a N=q$ とおくと，

$a^p=M$，$a^q=N$

よって，　$M\times N=a^{p+q}$　← $a^p\times a^q=a^{p+q}$

ゆえに，　$\log_a(M\times N)=p+q$

$\qquad\qquad=\log_a M+\log_a N$

3 対数の和は真数の積の対数

例　$\log_5 2 + \log_5 3$ を計算しなさい。

解答　$\log_5 2 + \log_5 3 = \log_5 (2 \times 3)$

$= \log_5 6$

問 1　次の□にあてはまる数を入れなさい。

（1）$\log_2 5 + \log_2 3 = \log_2 \square$

（2）$\log_7 2 + \log_7 5 = \log_7 \square$

問 1・解答

(1) $\log_2 5 + \log_2 3 = \log_2 (5 \times 3) = \log_2 15$

(2) $\log_7 2 + \log_7 5 = \log_7 (2 \times 5) = \log_7 10$