

指数関数とそのグラフ(1)

講師

川崎 宜昭

～ 指数関数のグラフとその性質 ～

$y = 2^x$ や $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ のグラフと、その性質について調べ、指数関数 $y = a^x$ のグラフの性質について学びます。

学習のポイント

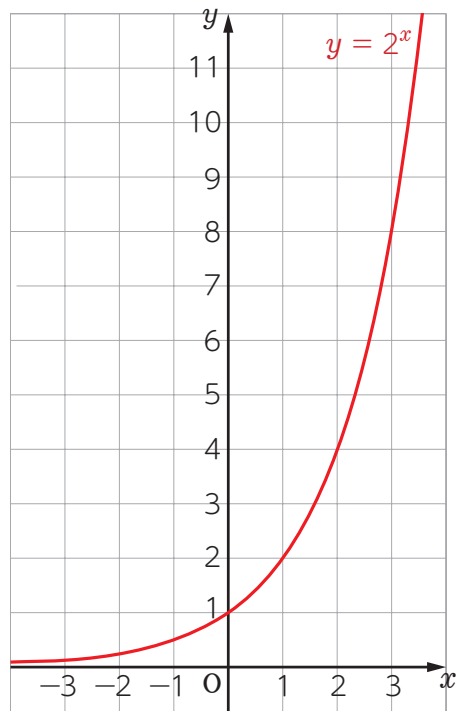
- ① $y = 2^x$ のグラフ
- ② $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ のグラフ
- ③ $y = a^x$ のグラフ

1 $y = 2^x$ のグラフ

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
$y = 2^x$...	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16	...

性質

- [1] 2点(0, 1), (1, 2)を通る
- [2] x 軸より上側にある
つまり, $y > 0$ の範囲にある
- [3] x の値が減少すると,
 x 軸に限りなく近づいていくので,
 x 軸がグラフの漸近線ぜんきんせんとなる。
- [4] x の値が増加すると, y の値も増加する。



a を1以外の正の数とするとき,

$$y = a^x$$

で表される関数を,

a を底とする x の指数関数しすうかんすうといいます。

※ $y = 2^x$ は, 2を底とする x の指数関数です。

【参考】

$2^{\frac{1}{2}}$ と $2^{\frac{2}{3}}$ の大小関係は, それぞれを6乗して,

$$\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^6 = 2^3 = 8, \quad \left(2^{\frac{2}{3}}\right)^6 = 2^4 = 16$$

の大小関係に等しいので, $2^{\frac{1}{2}} < 2^{\frac{2}{3}}$ となります。

2 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ のグラフ

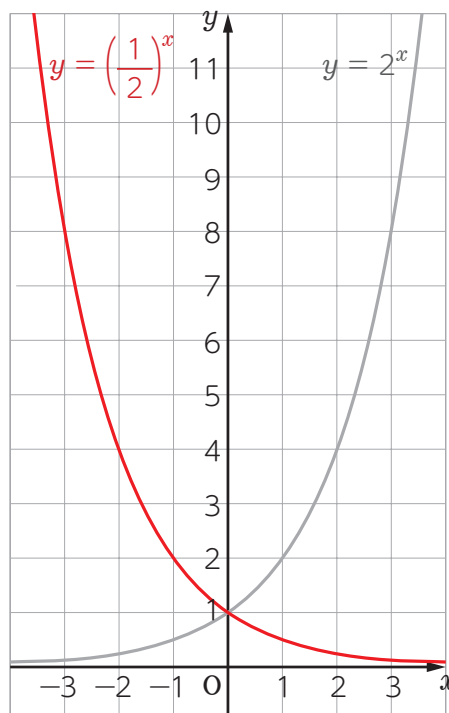
x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$...	16	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$...

性質

- [1] 2点 $(0, 1)$, $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ を通る。
- [2] $y > 0$ の範囲にある。
- [3] x 軸がグラフの漸近線となる。
- [4] x の値が増加すると, y の値は減少する。

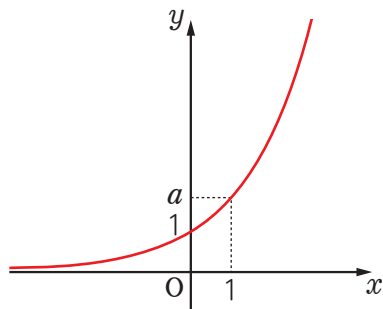
※関数 $y = 2^x$ のグラフと関数 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ のグラフは y 軸に対して対称です。

※ $\left(\frac{1}{2}\right)^x = (2^{-1})^x = 2^{-x}$

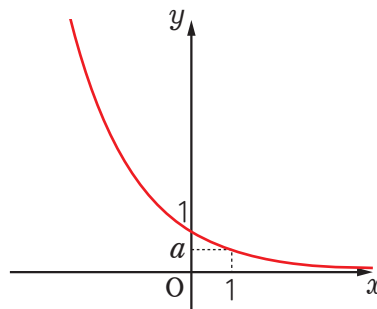


3 $y = a^x$ のグラフ

$a > 1$ の場合



$0 < a < 1$ の場合



- [1] 2点 $(0, 1)$, $(1, a)$ を通る。
- [2] $y > 0$ の範囲にある。
- [3] x 軸がグラフの漸近線となる。
- [4] $a > 1$ のとき, x の値が増加すると, y の値も増加する。
 $0 < a < 1$ のとき, x の値が増加すると y の値は減少する。

