

# 加法定理 (2)

## ～ 加法定理を使って覚えよう ～

講師  
水谷 信也

加法定理を利用して  $75^\circ$  や  $15^\circ$  の三角関数の値を求めてみよう！  
さらに  $\theta + 180^\circ$  の三角関数の公式についても学びます。

## 学習のポイント

- ① 加法定理の復習
- ②  $75^\circ$ ,  $15^\circ$  の三角関数の値
- ③  $\theta + 180^\circ$  の三角関数の公式を確かめよう

### 1 加法定理の復習

## 加法定理

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$$

### 2 $75^\circ$ , $15^\circ$ の三角関数の値

サイン・コサインの加法定理を用いて、三角関数の値を求めてみましょう。

□例□ (1)  $\sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ)$

$$= \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

(2)  $\sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ)$

$$= \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \cos 75^\circ &= \cos(45^\circ + 30^\circ) \\
 &= \cos 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \sin 30^\circ \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{2} \\
 &= \frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}} \\
 &= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}
 \end{aligned}$$

### 3 $\theta + 180^\circ$ の三角関数の公式を確かめよう

サイン・コサインの加法定理を用いて、公式を確かめてみましょう。

$\sin(\theta + 180^\circ)$  に加法定理の公式を用いると、

$$\begin{aligned}
 \sin(\theta + 180^\circ) &= \sin \theta \cos 180^\circ + \cos \theta \sin 180^\circ \\
 &= \sin \theta \times (-1) + \cos \theta \times 0 \\
 &= -\sin \theta
 \end{aligned}$$

例えば、

$$\begin{aligned}
 \sin 210^\circ &= \sin(30^\circ + 180^\circ) \\
 &= -\sin 30^\circ \\
 &= -\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

$\sin(90^\circ - \theta)$  に加法定理の公式を用いると、

$$\begin{aligned}
 \sin(90^\circ - \theta) &= \sin 90^\circ \cos \theta - \cos 90^\circ \sin \theta \\
 &= 1 \times \cos \theta - \sin \theta \times 0 \\
 &= \cos \theta
 \end{aligned}$$

この式で、 $\theta = 75^\circ$  とすると、

$$\sin(90^\circ - 75^\circ) = \cos 75^\circ \text{ より}$$

$$\sin 15^\circ = \cos 75^\circ$$

である。