第44回　第3章　三角関数「三角関数」

三角関数の性質(2)

～ わかりやすい角に置き換えよう！～

講師
矢作 裕滋

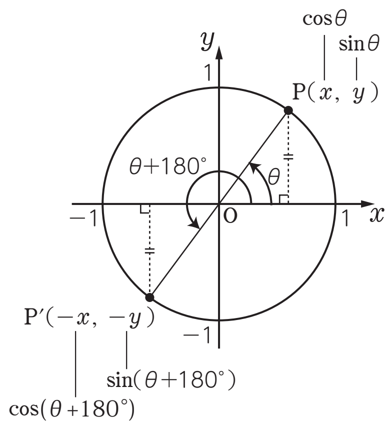
さまざまな大きさの角の三角関数の値を，できるだけわかりやすく求めるとはどういうことでしょうか。それは，ある大きさの角の三角関数の値がすぐにわからなくても，わかりやすい大きさの角に置き換えて簡単に値がわかるようにしようということです。

学習のポイント

① $\theta+180^\circ$ の三角関数
② 三角関数の性質と動径の位置
③ わかりやすい大きさの角に置き換える工夫

1　$\theta+180^\circ$ の三角関数

右の図で，角 $\theta+180^\circ$ の動径 OP′ は，
角 θ の動径 OP を原点 O のまわりに 180° 回転したものです。
点 P と点 P′ は原点に関して対称の位置にあります。



$$\sin(\theta+180^\circ)=-y=-\sin\theta$$
$$\cos(\theta+180^\circ)=-x=-\cos\theta$$
$$\tan(\theta+180^\circ)=\frac{-y}{-x}=\frac{y}{x}=\tan\theta$$

$\tan\theta$ は，180° が周期であることを意味する。

例　(1) $\sin210^\circ=\sin(30^\circ+180^\circ)=-\sin30^\circ=-\dfrac{1}{2}$

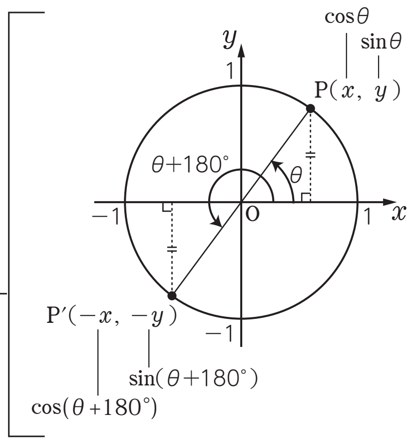
(2) $\cos240^\circ=\cos(60^\circ+180^\circ)=-\cos60^\circ=-\dfrac{1}{2}$

(3) $\tan210^\circ=\tan(30^\circ+180^\circ)=\tan30^\circ=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

問1　次の三角関数の値を求めなさい。
(1) $\sin240^\circ$　　(2) $\cos225^\circ$

2 三角関数の性質と動径の位置

$\theta + 360^\circ \times n$	角 $\theta + 360^\circ \times n$ の動径と角 θ の動径は一致する。
$-\theta$	角 $-\theta$ の動径は，角 θ の動径と x 軸に関して対称の位置にある。
$\theta + 180^\circ$	角 $\theta + 180^\circ$ の動径 OP′ は，角 θ の動径 OP を原点 O のまわりに 180° 回転したものである。原点に関して対称の位置にある。



3 わかりやすい大きさの角に置き換える工夫

例

$$
\begin{aligned}
\cos(-570^\circ) &= \cos(-210^\circ - 360^\circ) \quad \cos(\theta + 360^\circ \times n) = \cos\theta \\
&= \cos(-210^\circ) \quad \cos(-\theta) = \cos\theta \\
&= \cos 210^\circ \\
&= \cos(30^\circ + 180^\circ) \quad \cos(\theta + 180^\circ) = -\cos\theta \\
&= -\cos 30^\circ \\
&= -\frac{\sqrt{3}}{2}
\end{aligned}
$$

問・解答

(1) $\sin 240^\circ = \sin(60^\circ + 180^\circ) = -\sin 60^\circ = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(2) $\cos 225^\circ = \cos(45^\circ + 180^\circ) = -\cos 45^\circ = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$