

不等式の表す領域 (1)

～ 直線を境界線とする領域 ～

講師
川崎 宜昭

不等式が表す図形について学びます。今回は、不等式が表す図形で直線を境界とするものを扱います。

学習のポイント

- ① 不等式の表す領域とは？
- ② 不等式と直線の上側・下側
- ③ 領域を図示するとは？

$3x - 2 > x + 4$ は1次不等式

$y = x + 1$ は直線の方程式

$y > x + 1$ は？

1 不等式の表す領域とは？

● 直線の方程式・円の方程式

【直線の方程式】

傾きが m 、切片が n の直線の方程式は、 $y = mx + n$

※ $y = 2x + 3$ は、 $2x - y + 3 = 0$ と変形できるので、

直線の方程式は、 $ax + by + c = 0$ の形でも表すことができます。

【円の方程式】

点 (a, b) を中心とする半径 r の円の方程式は、 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

特に、原点を中心とする半径 r の円の方程式は、 $x^2 + y^2 = r^2$

● 不等式の表す領域

$y = x + 1$ は直線です。

それに対して、不等式 $y > x + 1$ ……①

を満たす点 (x, y) はどのような場所にあるのかを考え、

それらの点をすべて集めると

どのような図形になるのかを考えましょう。

点 $(1, 3)$ は、①の不等式を満たしている。

点 $(0, 0)$ は、①の不等式を満たしていない。

点 $(2, 5)$ は、①の不等式を満たしている。

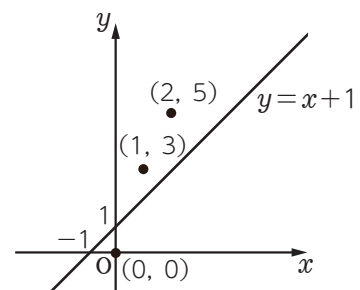
①の不等式を満たしている点は無数にあるが、

x, y についての不等式を満たす点 (x, y) の集まりを、

その不等式の表す領域ひらきまといいます。

不等式 $y < x + 1$ ……②

の不等式を満たす領域も考えることができます。



2 不等式と直線の上側・下側

直線 $y = x + 1$ に対して、以下の点がどのような場所にあるのかを考えてみましょう。

x 座標が 2 である点について、

- (2, 6) → 直線 $y = x + 1$ の上側
 $6 > 2 + 1$
- (2, 5) → 直線 $y = x + 1$ の上側
 $5 > 2 + 1$
- (2, 4) → 直線 $y = x + 1$ の上側
 $4 > 2 + 1$

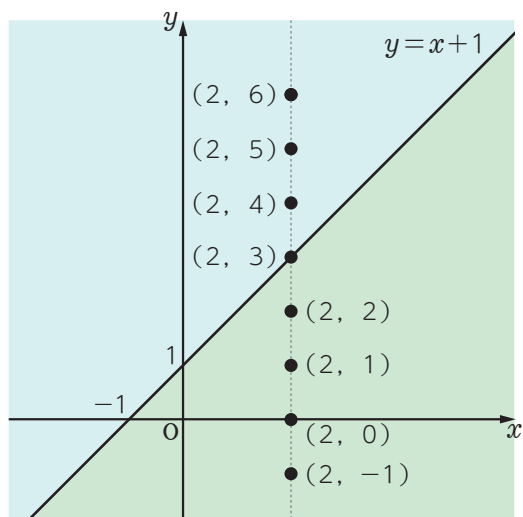
→ $y > x + 1$

- (2, 3) → 直線 $y = x + 1$ 上の点
 $3 = 2 + 1$

→ $y = x + 1$

- (2, 2) → 直線 $y = x + 1$ の下側
 $2 < 2 + 1$
- (2, 1) → 直線 $y = x + 1$ の下側
 $1 < 2 + 1$
- (2, 0) → 直線 $y = x + 1$ の下側
 $0 < 2 + 1$
- (2, -1) → 直線 $y = x + 1$ の下側
 $-1 < 2 + 1$

→ $y < x + 1$

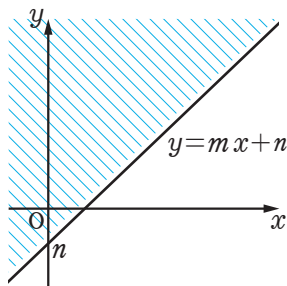


y	$x + 1$
6	$2 + 1$
5	$2 + 1$
4	$2 + 1$
3	$2 + 1$
2	$2 + 1$
1	$2 + 1$
0	$2 + 1$
-1	$2 + 1$

このような考え方は、 x 座標が他の値であっても同じように考えることができるので、次のようにまとめることができます。

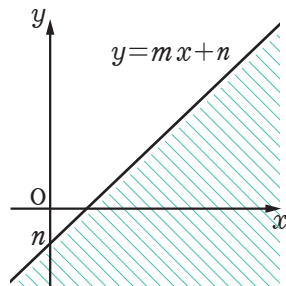
不等式と直線の上側・下側

$y > mx + n$ の表す領域は、
直線 $y = mx + n$ の上側



境界線を含まない

$y < mx + n$ の表す領域は、
直線 $y = mx + n$ の下側



境界線を含まない

y の方が大きい! \Leftrightarrow 直線の上側!

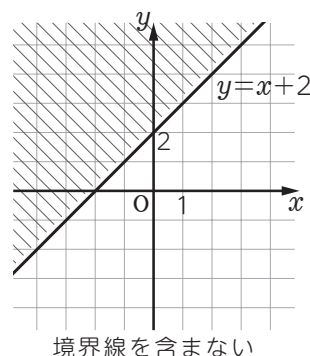
y の方が小さい! \Leftrightarrow 直線の下側!

3 領域を図示するとは?

例 不等式 $y > x + 2$ の表す領域を図示しなさい。

解答 この不等式は、 y の方が大きいので、
直線 $y = x + 2$ の上側であることがわかります。
この不等式の表す領域は、図の斜線部分となり、
境界線を含みません。

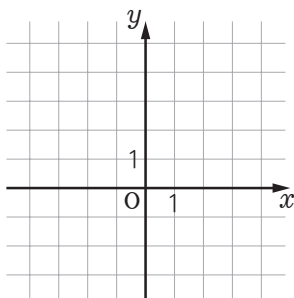
※直線 $y = x + 2$ は、この不等式の表す領域には
含まれていないことに注意しましょう。
そのことを強調するために、
直線を点線でかくこともあります。



境界線を含まない

問1 次の不等式の表す領域を図示しなさい。

(1) $y > 2x - 1$



(2) $y < -2x + 2$

