

2直線の関係 (3)

～ 2直線の垂直 ～

講師
水谷 信也

学習のポイント

2直線が垂直になるとき、
その2直線の傾きについてどのような関係が
成り立つかを調べてみよう。

- ① 垂直な直線
- ② 傾きどうしの積が -1
- ③ 垂直な直線の方程式

1 垂直な直線

直線 $y = 2x$ ……①

に垂直で、原点を通る直線②の傾きを求めてみましょう。

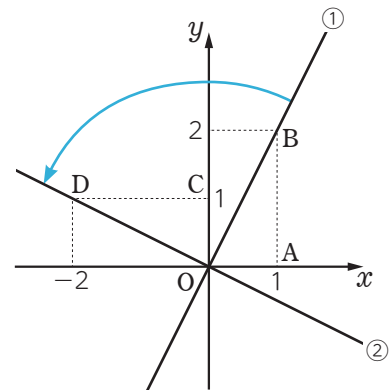
図のように、

$\triangle OAB$ を原点 O を中心に 90° 回転した三角形を $\triangle OCD$ とすると、

$\triangle OCD$ において、

$$CD = 2, OC = 1$$

となり、直線②の傾きは $-\frac{1}{2}$ とわかります。



2 傾きどうしの積が -1

このとき、直線①と②の傾き m について

$$(\text{①の傾き}) \times (\text{②の傾き}) = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

このことは、原点を通らない直線についても成り立ちます。

一般に次のことが成り立ちます。

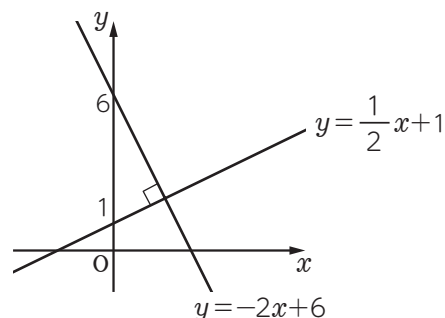
2直線の平行

2直線 $y = mx + n$, $y = m'x + n'$ について、垂直になるのは、 $mm' = -1$ のとき

例 2直線 $y = -2x + 6$, $y = \frac{1}{2}x + 1$ の傾きの積は

$$(-2) \times \frac{1}{2} = -1$$

よって、この2直線は垂直です。



問1 次の直線のうち、 $y = 4x - 3$ に垂直な直線はどれでしょうか。

- ① $y = -4x + 1$ ② $y = \frac{1}{4}x + 1$
- ③ $y = -\frac{1}{4}x + 3$ ④ $y = 4x + 4$

例 直線 $y = 3x + 2$ に垂直な直線の傾きを m とすると、
2直線の傾きの積が -1 のときに垂直になるので、

$$3 \times m = -1$$

よって

$$m = -\frac{1}{3}$$

3 垂直な直線の方程式

例 点 $(3, 1)$ を通り、直線 $y = -2x + 5$ に垂直な直線の方程式を求めてみましょう。

解答 直線 $y = -2x + 5$ の傾きは -2 であるから、求める直線の傾き m は、

$$(-2) \times m = -1 \text{ より、} m = \frac{1}{2}$$

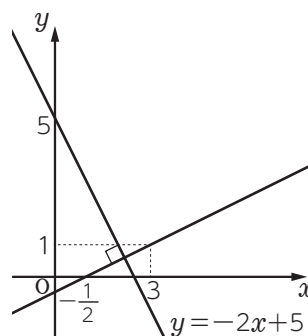
したがって、求める直線は、

点 $(3, 1)$ を通り、傾きが $\frac{1}{2}$ の直線であるから、

$$y - 1 = \frac{1}{2}(x - 3)$$

これより、

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$



$$\textcircled{\text{解}} \text{ 求める直線の傾きは } m = \left(\frac{1}{-2}\right) \times (-2) = 1$$

学習メモ