

整式の除法

講師
川崎 宜昭

学習のポイント

整式の除法について学び、商や余りの間にどのような関係が成り立つかを調べましょう。

- ① 数の除法
- ② 整式の除法
- ③ (わられる式) = (わる式) × (商) + (余り)

1 数の除法

数の割り算の考え方をを使って、整式のわり算を考えてみましょう。

数の割り算の商と余りは、数の大小関係によって決まります。

整式の割り算の商と余りは、整式の次数によって決まります。

$$\begin{array}{r}
 25 \quad \leftarrow \text{商} \\
 11 \overline{)279} \\
 \underline{22} \quad \dots\dots 11 \times 2 \\
 59 \\
 \underline{55} \quad \dots\dots 11 \times 5 \\
 4 \quad \leftarrow \text{余り(11 よりも小さい)}
 \end{array}$$

$$279 = 11 \times 25 + 4$$

(わられる数) (わる数) (商) (余り)

2 整式の除法

● $2x^2 + 7x + 9$ を $x + 1$ でわってみよう。

$$\begin{array}{r}
 2x + 5 \\
 x + 1 \overline{)2x^2 + 7x + 9} \\
 \underline{2x^2 + 2x} \quad \dots\dots 2x^2 \text{ を消すために, } x+1 \text{ に } 2x \text{ をかける。} \\
 5x + 9 \\
 \underline{5x + 5} \quad \dots\dots 5x \text{ を消すために, } x+1 \text{ に } 5 \text{ をかける。} \\
 4 \quad \dots\dots 4 \text{ は定数であり, } x+1 \text{ が } 1 \text{ 次式なので, ここから先のわり算はできない。}
 \end{array}$$

したがって、このわり算の商は $2x + 5$ 、余りは 4 である。

(※ 2 次式を 1 次式でわると、商が 1 次式、余りは定数であることに注意しよう！)

- $4x^3 + 3x - 1$ を $2x + 1$ でわってみよう。

$$\begin{array}{r}
 2x^2 - x + 2 \\
 2x + 1 \overline{) 4x^3(+0x^2) + 3x - 1} \\
 \underline{4x^3 + 2x^2} \\
 -2x^2 + 3x \\
 \underline{-2x^2 - x} \\
 4x - 1 \\
 \underline{4x + 2} \\
 -3
 \end{array}$$

x^2 の項がないので、空白にしておくか、 $0x^2$ があると考えればわかりやすい。
 $\cdots \cdots 4x^3$ を消すために、 $2x + 1$ に $2x^2$ をかける
 $\cdots \cdots -2x^2$ を消すために、 $2x + 1$ に $-x$ をかける
 $\cdots \cdots 4x$ を消すために、 $2x + 1$ に 2 をかける
 $\cdots \cdots -3$ は定数であり、 $2x + 1$ が 1 次式なので、ここから先のわり算はできない。

したがって、このわり算の商は $2x^2 - x + 2$ 、余りは -3 である。
 (※ 3 次式を 1 次式でわると、商が 2 次式、余りは定数であることに注意しよう！)

3 (わられる式) = (わる式) × (商) + (余り)

整数の場合、 $279 = 11 \times 25 + 4$ と表せます。
(わられる数) (わる数) (商) (余り)

では、整式の場合にも (わられる式) = (わる式) × (商) + (余り) が成り立っているのでしょうか？

- $2x^2 + 7x + 9 = (x + 1)(2x + 5) + 4$

→ 成り立っている！

- $4x^3 + 3x - 1 = (2x + 1)(2x^2 - x + 2) - 3$

→ 確かめてみよう！

一般に、整式 A を整式 B でわったときの商を Q 、余りを R とすると、

$$A = BQ + R \quad (R \text{ の次数} < (B \text{ の次数}))$$

(わられる数) (わる数)(商) (余り)

が成立する。

- 問 1** $A = 4x^2 - 3x + 2$ を整式 $B = x - 1$ で割ったときの商 Q と余り R を求め、 $A = BQ + R$ の形に表しなさい。

$$\varepsilon + (1 + x)(1 - x) = 2 + x\varepsilon - x^2\varepsilon$$