

複素数 (2)

～ 複素数を用いた計算 ～

講師
渡部 儀隆

2つの複素数が等しいとはどういうことなのかについて学びます。そして、複素数どうしの加減乗除、すなわち、たし算、ひき算、かけ算、わり算の計算方法を学習します。

学習のポイント

- ① 複素数の相等
- ② 複素数の計算
- ③ 共役な複素数

1 複素数の相等

複素数が等しいとは？

●複素数の相等

a, b, c, d が実数のとき、

$$a + bi = c + di \Leftrightarrow a = c \text{ かつ } b = d$$

※ 2つの複素数が等しいのは、その実部、虚部がともに等しいときに限る。

例 次の等式を満たす実数 x, y を求めてみましょう。

$$(3x - 1) + (2y + 1)i = 5 - 7i$$

解答

左辺と右辺が等しいことから

$$\text{実部が等しいので, } 3x - 1 = 5$$

$$\text{虚部が等しいので, } 2y + 1 = -7$$

これらの x や y の1次方程式を解いて、

$$x = 2, y = -4$$

問1 次の等式を満たす実数 x, y を求めなさい。

$$(1) (3x - 2) + (2 - 3y)i = 10 - 7i$$

$$(2) (x + 2) + (y - 1)i = 0$$

2 ふくそすう 複素数の計算

- 例 (1) $3i - 5i = (3 - 5)i = -2i$
 (2) $(2 + 3i) + (1 - 5i) = (2 + 1) + (3i - 5i) = 3 - 2i$
 (3) $4i \times 3i = 12i^2 = 12 \times (-1) = -12$
 (4) $(2 + 3i)(1 - 2i) = 2 - 4i + 3i - 6i^2$
 $= 2 - 4i + 3i - 6 \times (-1)$
 $= 8 - i$

問2 次の計算を下さい。

- (1) $2i + 7i$
 (2) $(2 - 4i) - (1 - i)$
 (3) $i \times 5i$
 (4) $(4 + 3i)(2 - 5i)$

3 きょうやく 共役な複素数

◀ a, b を実数とすると、 $a + bi, a - bi$ を互いに共役な複素数という。

- 例 (1) $3 + 2i$ と共役な複素数は、 $3 - 2i$
 (2) $-3i$ と共役な複素数は、 $3i$ ← $-3i$ は $0 - 3i$ と考える。

例 複素数の除法の問題
 $(3 + i) \div (1 - i)$ を計算してみよう。

解答

$$\begin{aligned} (3 + i) \div (1 - i) &= \frac{3 + i}{1 - i} && \leftarrow \text{分数の形にする。} \\ &= \frac{(3 + i)(1 + i)}{(1 - i)(1 + i)} && \leftarrow \text{分母の共役な複素数を分母分子にかける。} \\ &= \frac{3 + 3i + i + i^2}{1 - i^2} && \leftarrow \text{分母分子ともに文字式と同じ計算。} \\ &= \frac{3 + 4i - 1}{1 + 1} && \leftarrow i^2 = -1 \\ &= \frac{2 + 4i}{2} && \leftarrow 2 \text{ で約分する。} \\ &= 1 + 2i \quad \dots \text{(答)} \end{aligned}$$

